इबारती सवालों की भाषा का सवाल

अमित कुलश्रेष्ठ

गणित के कक्षाकक्ष में संक्रियाओं को सिखाने की इतनी जल्दबाज़ी होती है कि हम इसके चलते गणित के मूल और मानव जीवन में उसकी भूमिका को बच्चों के समक्ष ही नहीं रख पाते। बच्चे गणितीय प्रतीकों और उनके उद्देश्यों को समझें, उनके क्या विभिन्न संयोजन हो सकते हैं, और वे संयोजन वैसे ही क्यों हैं, इस बात को समझें, और साथ ही सवालों को पढ़कर समझना भी जानें– इन सभी बातों के लिए कक्षा में जगह ही नहीं बन पाती। असल में, गणितीय संक्रियाएँ तो सवाल से जवाब तक पहुँचने के रास्ते का एक बहुत छोटा हिस्सा हैं। यह लेख एक इबारती सवाल के ज़रिए बच्चों के मन में झाँकने की कोशिश है, और साथ ही शिक्षक को इबारती सवाल बनाते समय ध्यान रखने योग्य बातों का पिटारा भी। प्रयास है कि ये बातें सहजता के साथ बच्चों को दैनिक जीवन में गणित देखने के लिए प्रेरित कर सकें और विषय के प्रति उनका जुड़ाव भी बना सकें। -सं.

भूमिका

गणित का अर्थ गणना मात्र नहीं है। इससे पहले कि हम इसकी विवेचना करें आइए, इस प्रश्न पर ग़ौर करें।

प्रश्न : !@ और @# को मिलाकर क्या बनेगा?

यदि आपको यह प्रश्न अर्थहीन लगता है तो आप एकदम सही हैं। पहले तो शायद आप इन प्रतीकों !, @, # को समझना चाहें और 'मिलाकर' का अर्थ भी जानने को उत्सुक हों। इसके बिना तो सवाल का सिर-पैर ही नहीं है।

गणित महज़ एक सुनियोजित क्रियाविधि से प्रतीकों से निपटने की कला नहीं है। गणित की प्रासंगिकता इस बात में निहित है कि हम पहले प्रतीकों की आवश्यकता व उनके अर्थ को समझें और फिर उन प्रतीकों के पारस्परिक सम्बन्ध को सुस्पष्ट करने के लिए एक ऐसा ताना-बाना बुनें जिसके प्रत्येक संयोजन का कुछ ख़ास मक़सद हो। प्रतीकों की आवश्यकता और उनके संयोजनों के मक़सद को शिक्षार्थी के पूर्वज्ञान और भाषा की समझ से अलग करके नहीं देखा जा सकता।

ऊपर के प्रश्न को समझने के लिए पहले एक अन्य प्रश्न की ओर चलते हैं :

प्रश्न : 12 + 23 = ?

यह पहले प्रश्न का ही एक दूसरा रूप है।

अब शायद आप "!@ और @# को मिलाकर क्या बनेगा?" इस प्रश्न को समझ पाएँ, क्योंकि अब वह प्रश्न अर्थहीन नहीं रहा। पर ज़रा सोचिए कि वह बच्चा जिसके लिए 12 + 23 = ? नया है, उसके लिए क्या यह सवाल अर्थहीन नहीं है! हम जल्द-से-जल्द आगे बढ़ने के प्रयास में यह भूल जाते हैं कि इन प्रतीकों 1, 2, 3,... और इनके संयोजनों के मक़सद को

समझना गणित समझ पाने व कर पाने के लिए आवश्यक है। हम जल्दबाज़ी कर बच्चों को प्रतीकों व संयोजनों की समझ से वंचित कर देते हैं। हमारा प्रयास यह होता है कि बच्चे प्रतीकों के भण्डार से निपटने के लिए जल्दी ही तैयार हो जाएँ और उनसे जुड़ी संक्रियाएँ कर लें। यह सब इसलिए होता है क्योंकि यह दबाव है कि जल्दी से गणना करना सिखा दिया जाए। पर क्या यह गणित में दक्षता हासिल करना है, या क्या यह उसकी तरफ़ बढ़ने का सही तरीक़ा है?

गणित महज़ एक सुनियोजित क्रियाविधि से प्रतीकों से निपटने की कला नहीं है। गणित की प्रासंगिकता इस बात में निहित है कि हम पहले तो प्रतीकों की आवश्यकता व उनके अर्थ को समझें और फिर उन प्रतीकों के पारस्परिक सम्बन्ध को सुस्पष्ट करने के लिए एक ऐसा ताना-बाना बुनें जिसके प्रत्येक संयोजन का कुछ ख़ास मक़सद हो।

यह सवाल इसलिए कि हम यह पूछ पाएँ कि क्या गणनात्मक कौशल ही गणितीय कौशल है, या फिर इनमें अन्तर करना और समझना आवश्यक है? गणनात्मक कौशल से आशय है, निश्चित नियमों का पालन करते हुए संक्रियाएँ करना, और इन क्रियाविधियों का पालन करना सीखना। अब सवाल यह है, क्या यही गणित सीखना है या फिर गणितीय कौशल इससे व्यापक हैं, और संक्रियाएँ एक छोटा हिस्सा? इनके अन्तर के एक पहलू को समझने के लिए इबारती सवालों और उन्हें हल करते समय उभरे चिन्तन की अहम भूमिका हो सकती है। मेरे अनुभव के अनुसार गणनात्मक कौशल ही गणितीय कौशल है, इस भ्रान्ति को पोषित करने में क्रियाविधि पर केन्द्रित गणित शिक्षण और उसमें यथोचित इबारती सवालों के सही प्रयोग की कमी है।

इस लेख में हम इबारती सवालों की भाषा और प्रस्तुति की बात करेंगे। साथ ही इबारती सवालों की भाषा की कमज़ोरी से गणित सीखने में आने वाली चुनौतियों को इंगित करेंगे।

इसके लिए हमने गणित की एक अभ्यास पुस्तिका से यह इबारती सवाल चुना है।

एक सवाल

एक कमरे की लम्बाई 5 मीटर 10 सेमी, चौड़ाई 6 मीटर 80 सेमी और ऊँचाई 3 मीटर 40 सेमी है। इस कमरे के सटीक मापन के लिए अधिकतम कितना लम्बा मापक टेप चाहिए?

आइए, इस सवाल के बहाने कुछ शिक्षार्थियों के मन में झाँकें।

पहला शिक्षार्थी

अरे! इस अभ्यास पत्रिका में साफ़-साफ़ HCF और LCM लिखा तो हुआ है। अब क्या सोचना! सीधे-सीधे इन तीन आँकड़ों को सेमी में बदलकर उनका HCF या LCM ले लेना है (उनमें से एक तो सही होगा ही!)। अब HCF में H का मतलब Highest और LCM में L का मतलब Least है। अरे! इधर लिखा तो है सवाल में अधिकतम, यानी Highest, बस हो गया काम! सही उत्तर के लिए HCF ही निकालना है।

दूसरा शिक्षार्थी

अधिकतम टेप का क्या! मैं कितना भी लम्बा ले लूँ। एक किलोमीटर का टेप हो, पर उसपर सेमी वाले सही-सही निशान बने हों तो नापने में क्या रखा है! और जब पहले से ही पता है कि कमरा कितना लम्बा, चौड़ा, ऊँचा है तो फिर से नापना ही क्यों?

तीसरा शिक्षार्थी

इन तीनों मापों में सबसे बड़ा है 6 मीटर 80 सेमी। मैं अगर इतनी लम्बाई का टेप ले लूँ



चित्र : शिवेंद्र पांडिया

तो फिर उसी से चौड़ाई, लम्बाई, ऊँचाई नाप सकूँगा। छोटा टेप होने से दीवार पर निशान बनाना पड़ता है या फिर उँगली लगाकर रखनी पड़ती है जिससे सटीक तरह से नापने में दिक़्क़त आती है। शायद इसी बात को बताने के लिए प्रश्न में सटीक शब्द का इस्तेमाल किया है।

अब हम निम्नलिखित मानदण्डों से इसकी विवेचना करते हैं :

1. कौन-सा शिक्षार्थी सवाल को पूरा पढ़ रहा है?
2. यदि यह सवाल परीक्षा में पूछा जाए तो किस शिक्षार्थी को इस सवाल के लिए अंक मिलेंगे?
3. क्या इस सवाल के जवाबों से बच्चों की समझ पर अध्यापिका कुछ राय बना पाएँगी?
4. क्या इस सवाल से बच्चों को अपनी अवधारणा को विकसित करने या उसे सुधारने का मौक़ा मिलेगा?
5. क्या इस सवाल की भाषा ने बच्चों के मन में गणित के प्रति सकारात्मक छवि विकसित करने का कार्य किया?
6. यदि एक समझदार विद्यार्थी परीक्षा के समय यह सवाल पहली बार देख रहा है तो क्या वह इसको सही प्रकार से हल कर पाएगा?

पहले दो बिन्दुओं का उत्तर सीधा है। पहले शिक्षार्थी ने एक-दो शब्दों को पकड़कर इसका उत्तर दिया है, पर पूरा सवाल नहीं पढ़ा। हालाँकि पूरे अंक उसी को मिलेंगे। दूसरे शिक्षार्थी ने सवाल पढ़ा है पर उसे अंक नहीं मिलेंगे। अध्यापिका को यह भी लग सकता है कि यह बच्चा शरारती है और उसके सवाल का मखौल उड़ा रहा है। तीसरे शिक्षार्थी ने सवाल को पढ़ने की कोशिश की है, पर उसे भी अंक मिलने से रहे!

अब हम आते हैं आख़िरी चार बिन्दुओं पर, और इनपर विचार करते हैं। ये ऐसे बिन्दु हैं जिनकी कसौटी पर हर इबारती सवाल को कसना चाहिए। इनकी उपेक्षा कर बना हुआ सवाल शायद सार्थक सवाल न बन सके।

पहले तीसरा बिन्दु लेते हैं, “क्या इस सवाल के जवाब से बच्चों की समझ पर अध्यापिका कुछ राय बना पाएँगी?” इसपर गहराई से सोचने की ज़रूरत है। किसी भी प्रश्न से कम-से-कम यह अपेक्षा रखी ही जानी चाहिए कि वह शिक्षक को शिक्षार्थी की सोच से अवगत करा पाए। बच्चों ने क्या सीखा, क्या नहीं; सवाल को हल

करने की प्रक्रिया में उनके मन में कैसा चित्र बना और कैसी शंकाएँ उभरीं; और क्या बच्चों ने उन शंकाओं के समाधान के लिए कुछ प्रयास किए? सवाल बनाने वाले का दायित्व है कि वह अपने सवाल को इतना सुस्पष्ट और सशक्त कर दे कि वह शिक्षक के सामने बच्चे के मन में उमड़ने वाले चित्र और शंकाएँ साफ़-साफ़ उकेर सके। शिक्षण प्रक्रिया में सवाल पूछना प्रतिपुष्टि (फ़ीडबैक) का माध्यम है, न कि शिक्षार्थियों के ऊपर कमज़ोर और होशियार की पर्ची चस्पा करने का! यदि प्रश्न की भाषा ही कमज़ोर है तो वह न केवल निरर्थक संवाद को जन्म देती है, बल्कि विद्यार्थियों के मन में डर भी पैदा करती है– विषय के परिप्रेक्ष्य में अपनी समझ के प्रति, और सहपाठियों व परिवार में उनकी अपनी प्रतिष्ठा के प्रति भी! प्रश्न की भाषाई कमज़ोरी उसके बहुअर्थी होने के साथ-साथ उसके शून्यार्थी होने में भी परिलक्षित होती है।

अगला बिन्दु लेते हैं, "क्या इस सवाल से बच्चों को अपनी अवधारणा विकसित करने या उसे सुधारने का मौक़ा मिलेगा?" अवधारणा विकसित करने में सिर्फ़ पाठ्यसामग्री और कक्षाकक्ष महत्त्वपूर्ण नहीं हैं, बल्कि इनसे अधिक महत्त्वपूर्ण स्थान उन सवालों का है जो बच्चे को चिन्तन करने और किसी प्रसंग या घटना पर आधारित अवधारणा का निर्माण करने में सहायक होते हैं। बच्चे की एकाग्रता और चिन्तन की गहराई सवालों के हल ख़ुद ढूँढ़ने की प्रक्रिया में कहीं अधिक होती है। अवधारणाओं के निर्माण, खण्डन, या पुनर्निर्माण की रचनात्मक प्रक्रिया में अच्छे सवाल बेहतर योगदान दे सकते हैं। सवालों का एकार्थी होना काफ़ी नहीं है। सवाल रुचिकर हों, स्पष्ट और जिज्ञासापरक हों, और साथ ही यदि एक छोटी कहानी या अन्य रूप में बुनी प्रासंगिक परिस्थिति में प्रस्तुत हों तो और भी अच्छा! ऐसे सवाल बच्चे के समक्ष एक रूखी अवधारणात्मक संरचना के कुछ आयामों को प्रत्यक्षता के साथ प्रस्तुत करने का अहम ज़रिया हो सकते हैं। यह आवश्यक नहीं कि हर प्रश्न से यह अपेक्षा रखी जाए, पर जहाँ तक सम्भव हो, यह प्रयास किया जा सकता है।

बच्चे की एकाग्रता और चिन्तन की गहराई सवालों के हल ख़ुद ढूँढ़ने की प्रक्रिया में कहीं अधिक होती है। अवधारणाओं के निर्माण, खण्डन, या पुनर्निर्माण की रचनात्मक प्रक्रिया में अच्छे सवाल बेहतर योगदान दे सकते हैं।

अब पाँचवें बिन्दु पर बात करते हैं, "क्या इस सवाल की भाषा ने बच्चों के मन में गणित की एक सकारात्मक छवि प्रस्तुत करने का कार्य किया?" ये सही है कि सिर्फ़ एक सवाल को यह दायित्व नहीं सौंपा जा सकता कि वह शिक्षार्थियों में विषय की सकारात्मक छवि का निर्माण करे। लेकिन यदि एक सवाल शिक्षार्थियों को विषय की समझ से दूर ले जाए और जैसे-तैसे उत्तर देने को मजबूर करे, तो यह मन्थन का विषय ज़रूर है। गणित जैसे विषय के ऊपर नीरस, कठिन, उबाऊ जैसे सामाजिक ठप्पे तो पहले से ही लगे हैं, ऐसे में यदि इसके सवालों की भाषा और अप्रासंगिकता इन उपमानों को प्रबल करे तो सीखने की प्रक्रिया में सवालों की भूमिका नकारात्मक ही कही जाएगी। सवाल बनाते समय इस चेतना को समावेशित कर पाना अहम है।

अन्त में छठवाँ बिन्दु, "यदि एक समझदार विद्यार्थी परीक्षा के समय यह सवाल पहली बार देख रहा है, तो क्या वह इसको सही प्रकार से हल कर पाएगा?" इस बात को हम दो स्तरों पर कर सकते हैं। पहली तो यह कि यदि एक कठिन सवाल इतना ही कठिन है कि सोचने के स्वाभाविक तरीक़े उसके हल तक पहुँचने का रास्ता न बूझ सकें, या किसी पूर्व-स्मरण या तिकड़म के सिवाय उस सवाल को न सुलझाया जा सके तो उस सवाल की सार्थकता पर चिन्तन किया जाना चाहिए। सवालों के स्तर में

सीखने में भाषा का कोई शॉर्टकट नहीं होता। यही एक समस्या है जिससे कई सारे विषय जूझ रहे हैं, और ख़ुद भाषाएँ भी! इबारती सवालों में अच्छे भाषाई प्रयोग बच्चों के मन में भाषा की छवि के सुधार का काम कर सकते हैं और उनकी भाषा को सटीक, सशक्त और रुचिकर बनाने में योगदान भी दे सकते हैं।

बच्चों की समझ के अनुरूप उत्तरोत्तर वृद्धि हो, यकायक नहीं। हो सकता है कि कोई सवाल कुछ समय बाद पूछा जाता तो किसी निश्चित उद्देश्य की पूर्ति करता नज़र आता। समय से पहले पूछा गया सवाल, ऊँची कूद की वह बहुत ऊँची छड़ है जिसे हर पाँव से टकराकर बच्चों के मनोबल पर गिरना ही है। अब दूसरी बात, यह कठिनाई सवाल की नहीं बल्कि भाषा की है। क्या सवाल अपने वाक्य-विन्यास के बल पर इस बात में सक्षम है कि कम-से-कम वह शिक्षार्थी, जो सोचने-समझने में सक्षम है, उस सवाल को उसके उचित आशय के साथ ग्रहण करते हुए उसके बारे में सोचने को प्रेरित हो। यदि ऐसा नहीं हो पा रहा तो उस सवाल से भला क्या हासिल हुआ?

चलिए, अब उसी इबारती सवाल की ओर वापस चला जाए जिससे हमने शुरुआत की है, और देखा जाए कि उसमें सुधार की क्या गुंजाइश है। सुधार करते समय हम सवाल के मूल पात्र, यानी वह कमरा जिसकी नाप-तोल होनी है, और उसके उद्देश्य अर्थात HCF की समझ के साथ छेड़-छाड़ नहीं करेंगे। बस भाषा ऐसी रखेंगे कि ऊपर लिखे हुए बिन्दुओं में से अधिकांश का समाधान हो सके।

सुझाव

कल हमने फ़ीता लेकर अपनी कक्षा के कमरे को नापा था। उसकी लम्बाई 5 मीटर 10 सेमी, चौड़ाई 6 मीटर 80 सेमी और ऊँचाई 3 मीटर 40 सेमी निकली। आज हमारी अध्यापिका ने हमें एक खेल खिलाया। उसके लिए उन्होंने रमेश के खेत से बहुत सारी ईख मँगवाईं और हमारी सहायता से उन्हें एक दूसरे के साथ रख काट-छाँटकर एक बराबर कर लिया। हम लोगों को अब ईख से अपना कमरा नापना था। इसके लिए हमने कुछ ईख को सिरे-से-सिरा सटाकर कमरे की लम्बाई में लगा दिया – एक कोने से दूसरे कोने तक, रेलगाड़ी के डिब्बों की तरह। अरे, ये तो पूरे-पूरे फ़िट हो गए! न एक अँगुल ज़्यादा, न एक सूत कम! कमरे की चौड़ाई के लिए भी हमने ऐसा ही किया। और फिर से बहुत सारी ईख इस चौड़ाई में भी पूरी-पूरी फ़िट हो गईं, एक अँगुल की भी जगह नहीं। मज़ा तब आया जब ऊँचाई नापनी थी। हमें कुछ ईख एक के ऊपर एक रखनी थीं। मुझे अध्यापिका ने चढ़ने के लिए अपनी मेज़ दे दी। अबकी बार भी ईख पूरी-की-पूरी फिट हो गईं। अब बात ख़त्म और सवाल शुरू।

1. हर ईख की लम्बाई भला क्या रही होगी कि वे हमारे कमरे में हर तरफ़ से फिट हो पाईं?

(क) क्या इनकी लम्बाई 1 मीटर रही होगी?

(ख) क्या हो सकता है कि इनकी लम्बाई 55 सेमी रही हो?

(ग) क्या हो सकता है कि इनकी लम्बाई 85 सेमी रही हो?

2. ऐसी लम्बी-से-लम्बी ईख कितनी लम्बी हो सकती है जो इस तरह से हमारे कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों में पूरी तरह से फिट हो पाए?

3. सोचकर देखो :

(क) आपकी कक्षा में कोई बच्चा ऐसी लम्बी-से-लम्बी ईख से भी लम्बा है क्या?

(ख) ऊँचाई नापने के लिए एक बच्ची को मेज़ पर चढ़ना पड़ा। क्या ऊँचाई नापने के और भी तरीक़े हो सकते हैं?

पाठकों को चाहिए कि वे उचित मानदण्डों के आधार पर सवाल के इस स्वरूप का भी विश्लेषण करें।

अन्त में

यह सवाल कुछ लम्बा है और इसे पढ़ने के लिए समय चाहिए। इसकी आलोचना करते समय यह भी कहा जा सकता है कि सवाल गणित का है या भाषा का! कुछ भी सीखने की प्रक्रिया में भाषा की अवहेलना भ्रान्तियों को जन्म दे सकती है, और विषय के मूल से भटका सकती है। कमज़ोर भाषा के साथ सतही तौर पर एक विषय का अवलोकन तो किया जा सकता है पर उसका चिन्तन नहीं। सीखने में भाषा का कोई शॉर्टकट नहीं होता। यही एक समस्या है जिससे कई सारे विषय जूझ रहे हैं, और ख़ुद भाषाएँ भी! इबारती सवालों में अच्छे भाषाई प्रयोग बच्चों के मन में भाषा की छवि के सुधार का काम कर सकते हैं और उनकी भाषा को सटीक, सशक्त और रुचिकर बनाने में योगदान भी दे सकते हैं।

हम देखते हैं कि स्कूलों में हिन्दी, अँग्रेज़ी और अन्य भाषाओं में बच्चों को अपठित गद्यांश या पाठ बोध (Reading Comprehension) पढ़ने और समझने के लिए प्रेरित किया जाता है। उनके मूल्यांकन के समय भी इन्हें समाहित किया जाता है, पर गणित में ऐसा नहीं है। हमें गणित में भी अच्छे इबारती सवालों के बहाने एक ऐसा ही रास्ता खोजना होगा जो बच्चों में गणितीय और भाषाई कौशल एक साथ विकसित कर सके। साथ ही, बच्चों के मन में विषय की संकल्पना, उसकी छवि और उसके उपविषयों की अवधारणाओं को निखारता हुआ उन्हें विषय से ख़ुद जुड़ पाने का आत्मविश्वास दे सके।

अमित पिछले पन्द्रह वर्षों से भारतीय विज्ञान शिक्षा एवं अनुसन्धान संस्थान, मोहाली के गणित विभाग में कार्यरत हैं। यूँ तो वे सीखने-सिखाने के क्रम में स्नातक और परास्नातक स्तर के विद्यार्थियों व शोधार्थियों के साथ गणित की दैनिक चर्चाएँ करते हैं, लेकिन जब भी उन्हें स्कूली बच्चों और शिक्षकों के साथ विमर्श एवं उनके मुद्दों पर चिन्तन करने का मौक़ा मिलता है, उसे सहर्ष स्वीकार करते हैं। गणित और भाषा से जुड़े सवालों में उनकी विशेष रुचि है।

सम्पर्क : amitk@iisermohali.ac.in